LGT-ЛІНІЇ ТА А-ДЕФОРМАЦІЇ МІНІМАЛЬНИХ ПОВЕРХОНЬ

Подоусова Т.Ю.
(Одеська державна академія будівництва та архітектури)
E-mail: tatyana1985top@gmail.com

Вашпанова Н.В.
(Одеська національна академія харчових технологій)
E-mail: vasha_nina@ukr.net

Відомо [1], що будь-який ненульовий розв'язок T^α наступної системи диференціальних рівнянь

$$\left(\frac{HT^\gamma_{,\gamma}}{2H^2-K}\right)_{,\alpha} g^{\alpha\beta} - \left(\frac{K\left(d^{\alpha i}T^\beta_{,i} + d^{\beta i}T^\alpha_{,i}\right)}{2(2H^2-K)}\right)_{,\alpha} + b^\beta_\alpha T^\alpha = 0 \qquad (1)$$

визначатиме нетривіальну ареальну нескінченно малу (н.м.) деформацію (А-деформацію) однозв'язної регулярної поверхні S класу C^4 ненульової гаусової кривини без омбілічних точок, гомеоморфної області $\overline{G}$ площини у E_3- просторі, зі стаціонарними лініями геодезичного скруту (LGT-лініями).

Будемо шукати розв'язок (1) у випадку, коли S-мінімальна поверхня ($2H = 0$).

Справедлива

Теорема 1. *Кожна мінімальна поверхня допускає нетривіальну А-деформацію зі збереженням LGT-ліній в достатньо малій області G. Тензори деформації мають представлення*

$$T^{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\left(d^{\alpha i}T^\beta_{,i} + d^{\beta i}T^\alpha_{,i}\right), \qquad T^\alpha = -g^{\alpha i}u_i,$$

де функція $u(x^1,x^2) \in C^3$ є розв'язком диференціального рівняння

$$u_{11} + u_{22} + pu_1 + qu_2 + eu = 0$$

і залежить від довільної функції $\nu(x^1,x^2) \in C^3, u_\alpha = \frac{\partial u}{\partial x^\alpha}, \quad u_{\alpha\beta} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^\alpha \partial x^\beta}, p, q, e \in C^1(\overline{G})$ - відомі функції точки S.

Нехай Q- частина поверхні S, яка гомеоморфна області $D \subset \overline{G}$. Позначимо границю Q через L, а її образ на площині - через Γ. Враховуючи знайдений геометричний зміст функції $u(x^1,x^2)$, отримано наступний результат:

Теорема 2. *Будь-яка мінімальна поверхня при кожній із наступних граничних умов*

$$1) c^{\alpha\beta}\mathbf{r}_\beta\left(\delta\mathbf{n}\right)_{,\alpha} = 2K\omega(x^1,x^2), \quad (x^1,x^2) \in \Gamma$$

$$2) \epsilon_{\alpha\beta}\rho^{\alpha\beta} = -K\omega(x^1,x^2), \qquad (x^1,x^2) \in \Gamma$$

де $\omega(x^1,x^2) \neq 0$ - наперед задана функція класу $C^1(\Gamma)$, допускає едину нетривіальну А-деформацію зі збереженням LGT-ліній.

Слід відзначити, що у випадку $\omega(x^1,x^2) \equiv 0$ на Γ поверхня Q буде жорсткою відносно вказаних А-деформацій.

Література

[1] Т. Ю. Подоусова, Н. В. Вашпанова. Математична модель задачі про існування деяких нескінченно малих деформацій. *Матер.Всеукр.наук.-метод. конф. "Проблеми матем. моделювання"*,м. Кам'янськ, : 123–127, 2018.

[2] А. В. Бицадзе. Краевые задачи для эллиптических уравнений второго порядка, Москва, Изд-во "Наука 1966, 202 с.